

Problème 348 – Triominos

Niveau : Terminale (Spécialité Maths)

(Ou utilisable à tous niveaux en activité de jeu mathématique).

Chapitres : Combinatoire/Dénombrement

Inédit, publié le 13/12/2022



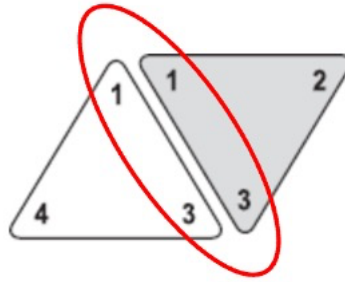
On connaît bien sûr les dominos. Les Triominos, un jeu sorti en 1965, en sont une déclinaison plutôt faciles à comprendre : au lieu d'être formés de deux nombres, les Triominos sont des triangles équilatéraux dont les sommets portent des numéros de 0 à 5. On pose un Triomino contre un autre si les sommets adjacents de deux Triominos ont des numéros qui correspondent strictement (voir figure en **Annexe 1**). Le nombre de points marqués est la somme des numéros contenus dans le triangle posé : cette somme va donc de 0 (Triomino 0 – 0 – 0) à 15 (Triomino 5 – 5 – 5).

Si un Triomino peut porter deux ou trois numéros égaux, tous les Triominos du jeu sont différents entre eux : il n'y en a pas deux qui portent les mêmes numéros. Avec cette contrainte, le jeu contient toutes les pièces de Triominos possibles.

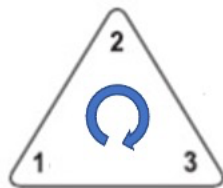
- 1) Déterminer, en justifiant l'approche, le nombre de pièces de Triominos contenues dans un jeu.
- 2) Combien de fois le numéro 0 apparaît-il sur l'ensemble des pièces du jeu ?
- 3) Si tous les Triominos ont été posés, combien de points ont été marqués au total^(*) ?
- 4) a) Déterminer le nombre de Triominos du jeu qui contiennent 3 numéros dont la somme fait 6, puis 9.
b) Justifier que pour tout $n \in [0 ; 15]$, le nombre de pièces dont la somme des numéros fait n est égal au nombre de pièces dont la somme des numéros fait $15 - n$.
- 5) Sur une pièce de Triomino, on remarque de plus qu'en partant du numéro le plus petit porté, on va trouver les deux numéros suivants, dans l'ordre croissant, en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre : par exemple on trouvera ainsi le Triomino 1 – 2 – 3 mais pas le Triomino 1 – 3 – 2 (voir **Annexe 2**).

Supposons que la première pièce du jeu posée soit le Triomino 1 – 2 – 3, contre lequel on peut poser des Triominos sur les trois côtés. Combien existe-t-il dans le jeu de possibilités d'y coller le Triomino suivant ?

Annexe 1



Annexe 2



Pièce du jeu



Pièce non existante

() Remarque pour les connaisseurs du jeu : on ignorera dans le cadre de ce problème les bonus de figure (pont, hexagone, double hexagone...).*